



E-mail: umapalata@nkj.ru
Ума палата

ПОЗНАВАТЕЛЬНО-РАЗВИВАЮЩИЙ РАЗДЕЛ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ



КАК НИЧТО СТАЛО НЕЧТО И ПОЧЕМУ ЭТО ТАК ВАЖНО?

Кандидат физико-математических наук Алексей ПОНЯТОВ.

Самая важная цифра есть ноль. Это была гениальная идея — сделать нечто из ничего, дать этому нечто имя и изобрести для него символ.

Б. Л. ван дер Варден. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции.*

Десять цифр для нашего счёта — вещь настолько простая и привычная с детства, что трудно осознать, насколько они удивительны. А ведь потребовалось несколько десятков тысяч лет со времени, когда человек научился считать, чтобы появились цифры, а потом ещё несколько тысяч лет до изобретения позиционной системы счисления, которой мы пользуемся и поныне. Среди цифр особняком стоит ноль, с которым связано всё преиму-

Кость Ишанго с насечками, которые, согласно наиболее распространённой гипотезе, отображают счёт. Этот археологический артефакт, изготовленный из кости животного длиной 10 см, найден в 1950 году на территории стоянки Ишанго около верховий реки Нил (Конго). Его возраст оценивают в более чем 20 000 лет. Королевский бельгийский институт естественных наук, Брюссель (RBINS).

щество этой системы, значительное развитие математики и других точных наук. Его изобретение было сложной интеллектуальной проблемой и потребовало высокой степени абстрактного мышления, а потому может считаться

● ИЗ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

* М.: ГИФМЛ, 1959.

одним из величайших достижений человеческого разума. Поэтому неудивительно, что появился нуль, по историческим меркам, не так уж и давно, около полутора тысяч лет назад, и ещё более тысячи лет пробивался к всеобщему признанию. Как нелегко было прийти к идее нуля, можно увидеть на примере великих греческих математиков Аполлония, Евклида, Архимеда, Пифагора и других, которые её не знали. Так зачем же потребовалось считать то, чего нет?

ПОЧЕМУ У ДРЕВНИХ ЦИВИЛИЗАЦИЙ НЕ БЫЛО НУЛЯ?

Прежде чем перейти к рассказу о нуле, напомним, что системой счисления называют способ записи чисел с помощью знаков, которые называются цифрами. В позиционной системе значения цифр зависят от их позиции в числе. Так, в числе 111, записанном в привычной нам десятичной системе, все три цифры 1 имеют разное значение, связанное со степенями основания системы (10). Справа налево они показывают, соответственно, количество единиц (10^0), десятков (10^1) и сотен (10^2) в числе. В результате имеем число сто одиннадцать. Эти же три единицы III в непозиционной системе счисления, например, римской, всегда означают единицы независимо от их места, и мы имеем число три.

Древнего человека заставила считать сама жизнь, требовавшая учёта как добычи, так и времени. Произошло это даже на несколько десятков тысяч лет раньше, чем возникла письменность. По данным археологии, по крайней мере около 30 000 лет назад появились первые «записи» чисел в виде насечек на дереве или кости. Однако это были ещё не цифры, а просто отображение

количества чего-то, так же как счёт на пальцах, палочках, ракушках и даже с помощью узлов на верёвке.

Первые числа были неразрывно связаны с объектами, которые они подсчитывали. Об этом этнографы узнали, исследуя уже в наше время культуру народов, стоящих на низкой ступени развития. Так, жители островов Фиджи, например, обозначают 10 лодок словом «бола», а 10 кокосовых орехов — «коро», а вот отдельного числа 10 у них нет. Чтобы отделить число от предмета, требуется высокий уровень развития абстрактного мышления, которым туземцы ещё не обладали. Ведь собственно число 10 в реальном мире не существует.

Об этом же пишет писатель Геннадий Гор в повести «Юноша с далёкой реки» (М.: Советский писатель, 1953). В ней есть примечательная сценка между русским учителем и его учеником — молодым нивхом Нотом (нивхи — малочисленный народ, проживающий в Приамурье и на Сахалине):

«Задача была лёгкая, совсем простая, но Нот никак не мог её решить. Нужно было к семи деревьям прибавить ещё шесть и от тридцати пуговиц отнять пять.

— Какие деревья? — спросил Нот. — Длинные, короткие? Какие пуговицы? Круглые?..

— В математике, — ответил я, — не имеют значения качество и форма предмета.

...Нот меня не понял. И я тоже не сразу понял его. Он мне объяснил, что у нивхов для длинных предметов существуют одни числительные, для коротких — другие, для круглых — третьи».

Низкий уровень абстрактного мышления проявлялся не только в этом. Нивх не мог сказать, например, «человек стрелял», он должен непременно

но добавить, в кого стрелял — в утку, в чайку или в белку.

Совершенно очевидно, что при таком типе мышления у древнего человека не могло появиться число, обозначающее отсутствие предмета. Если ему требовалось приобрести или обменять две овцы, то он показывал два пальца, две палочки или просто наносил две царапины на камень, но ему и в голову не пришло бы как-то обозначать отсутствие овец. В этом не было смысла. Как однажды пошутил английский математик и философ Альфред Уайтхед: «Никто не ходит покупать нуль рыбы». Да и названиями чисел и цифр становились не новые слова, обозначающие абстрактные понятия, а названия конкретных предметов. Так, в названии русской цифры «пять» легко опознать слово «пясть», означающее кисть руки (сравните с «запястье»), а древнеиндийская единица была луной. Введение же понятия нуля требует размышления об объектах, которых нет, которые нельзя ощутить посредством чувств. Ничто должно было стать нечто, а этого древний человек осознать не мог.

Так что, когда около 5 тысяч лет назад в Шумере и Эламе (эти исторические области располагались на территории современных Ирака и Ирана) появились первые известные цифры, среди них ожидаемо не оказалось нуля. Первыми текстами были различные учётные документы, например торговые: списки товаров и их количество. Обошлись без нуля и древние египтяне.

Первые системы счисления были непозиционными, числа записывались просто нужным количеством единиц, а когда их становилось много, придумывался специальный символ. Многим знакомы римские цифры I, V, X, L, C, D и M, обозначающие 1, 5,


10, 50, 100, 500, 1000 соответственно. Например, число 1627 в этой системе выглядело так: MDCXXVII. Таким способом неудобно записывать очень большие числа, но людям той эпохи это и не нужно было. Количество цифр, которыми они пользовались, определялось образом жизни. Многие изолированные племена аборигенов Южной Америки, тихоокеанских островов и пигмеи в Африке вообще имели числительные для обозначения только одного и двух, а большее число предметов они характеризовали как много. Им этого было достаточно. Но в развитых цивилизациях, построивших государства, требовалось умение как записывать большие числа, так и производить с ними вычисления для нужд экономики, строительства и календаря.

Вот тут и возникали проблемы. Попробуйте перемножить или поделить, например, числа MDCXXVII и CLXIX, не переходя в привычную нам десятичную систему. Прочувствовали? Даже удивительно, как древние шумеры, вавилоняне и египтяне умудрялись решать довольно сложные математические задачи. А как при отсутствии нуля ответить на вопрос задачи: «У меня было 20 билту зерна, я продал 20 билту, сколько осталось?» Часто просто писали комментарий: «Зерно закончилось». Очень оригинально поступил автор математического текста, найденного в одном из древнейших городов мира Сузы (Элам). Он написал: «20 минус 20... результат ты видишь». На месте результата, где многоточие, он просто оставил пустое место. Именно из-за необходимости записи ответа на подобные задачи человечеству впервые в истории потребовался нуль.

В древнеегипетском папирусе Булак 18, своего рода дворцовом бух-







Вавилонская глиняная табличка Plimpton 322 (около 1800 года до н. э.) содержит таблицу из четырёх столбцов и 15 рядов чисел, написанных клинописью того времени. В ней перечислены два из трёх чисел, которые теперь называются пифагорейскими тройками. Возможно, она использовалась для обучения. Коллекция GA Plimpton в Колумбийском университете.

галтерском документе, написанном важным чиновником по имени Неферхотеп около 1750 года до н. э., такой нулевой остаток выражается иероглифом nfr . Любопытно, что он

также имел значение «красивый, совершенный». Возможно, что нуль, как баланс, воспринимался египтянами как нечто красивое. Кроме того, этот иероглиф также обозначал начало отсчёта в схемах храмов, пирамид и гробниц при их строительстве. В вавилонской табличке примерно 700 года до н. э, найденной в древнем месопотамском городе Киш, для обозначения нулевого остатка применяется знак «три крючка». В других табличках использован только один крючок, иногда по форме напоминающий современный нуль. Но все эти символы ещё не были ни числами, ни цифрами, поскольку не использовались в математике.

Следующий шаг был сделан после того, как наследники шумеров вавилоняне около 2000 года до н. э. изобрели позиционную систему счисления с непривычным для нас основанием — 60. Спустя несколько тысяч лет мы всё ещё помним об этом, деля единицы времени час и минуту на 60 частей. На 60 частей также делятся и угловые меры градус и минута. А один оборот (полный угол) составляет 360° .

Писали вавилоняне, как и шумеры, выдавливая палочкой клинообразные знаки на глиняных табличках. Такой способ письма получил название клинопись. Единица при этом выглядела как , а десятка как . Таким образом, в числе  цифры 1 имеют значения, связанные со степенями основания системы (60). Справа налево они показывают, сколько в числе единиц (60^0), 60^1 и 60^2 . В результате имеем десятичное число , равное $3600 + 60 + 1 = 3661$. Правда, остальные цифры от 2 до 59, кроме 10,

по-прежнему записывались не одним знаком, а несколькими, причём уже непозиционно, что было неудобно. Их значение находилось суммированием единиц и десятков:

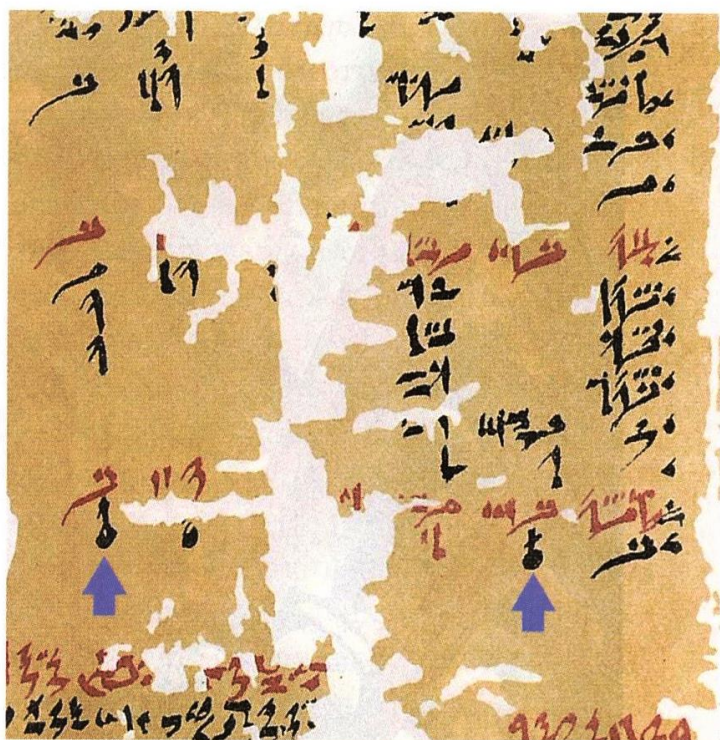
$$\text{III} - 9, \text{IIII} - 30, \text{IIIIIIII} - 53.$$

Такая система использовала только два символа и была более удобна для записи больших чисел и расчётов, но имела очевидный недостаток. Что делать, если надо записать число 3601? Для этого надо убрать среднюю единицу в числе IIII, как мы делаем это с десятками в числе 101 (сто один). Однако если нуля нет, то отсутствие второй единички приходится показывать увеличенным расстоянием $\text{I} \quad \text{I} = 3600 + 1$. Но такое число легко перепутать с $\text{II} = 60 + 1 = 61$. В результате около III века до н. э. вавилоняне придумали значок в виде двух наклонных клиньев \blacktriangle , показывающий отсутствие цифры: $\text{I} \blacktriangle \text{I}$. Приведём для примера более сложное число:

$$\text{II} \blacktriangle \text{IIII} = 11 \cdot 3600 + 0 \cdot 60 + 23 = 39623.$$

Знак \blacktriangle уже больше похож на современный 0, тем не менее он им не был. Вавилоняне не воспринимали его как число — нулевое количество, ничто. Не ставили они его и в конце чисел, как это делаем мы с нулём в числах 20 или 300. Что означает число $\text{IIII} \blacktriangle \text{IIII} - 23$ или, скажем, $23 \cdot 60 + 0 \cdot 1 = 1380$, приходилось догадываться из контекста. Задачу, правда, облегчала большая величина основания — 60, благодаря чему разница между вариантами была достаточно велика, чтобы угадать правильный. Так что этот знак всё же просто разделитель.

Очевидное несовершенство вавилонской позиционной системы счисления, сильно затрудняющее её использование, похоже, привело к тому, что древние греки её заимствовать не



Фрагмент папируса Булак 18, содержащего древнеегипетский «бухгалтерский» документ, составленный Неферхотепом. Он использует символ для указания на нулевой остаток или баланс. Египетский национальный музей.

стали, хотя многое взяли у своих цивилизационных предшественников из геометрии и астрономии. И это, скорее всего, значительно затормозило развитие европейской математики.

Греки использовали алфавитную запись чисел, например, $\psi\lambda\beta = 700 + 30 + 2 = 732$. Правда, гениальный Архимед в сочинении «О счислении песчинок» (III век до н. э.) изобрёл своеобразный позиционный способ записи больших чисел, но это, по сути, не имело последствий. Эту упущенную возможность создать десятичную позиционную систему великий немецкий математик Карл Фридрих Гаусс (1777—1855) считал величайшим несчастьем в истории науки. «До каких высот поднялась бы теперь наука, если бы Архимед сделал это открытие!» — писал он.

(Продолжение в следующем номере.)